

Imagen: Marcela E. Buitrón de la Torre

## Simulación sobre una viga en voladizo de forma tubular a través de un análisis estático mediante un *software* CAD

### Simulation on a tubular cantilever beam through static analysis using CAD software

**Iván Alonso Lira Hernández\*** Alumno del Doctorado en Diseño y Desarrollo de Productos (Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco). Forma parte del Laboratorio de Manufactura (Área Académica de Ingeniería y Arquitectura) del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería (Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo).

**Rodrigo Ramírez Ramírez\*\*** Doctor en Diseño, Línea de Nuevas Tecnologías (UAM-Azc). Actualmente labora como profesor de los Posgrados en Diseño y Desarrollo de Productos y Diseño y Visualización de la Información, en los niveles de Maestría y Doctorado (División de Ciencias y Artes para el Diseño, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco).

#### Resumen

Actualmente cada vez es más frecuente realizar prototipos virtuales con las especificaciones y dimensiones reales, acompañados de la definición y asignación correcta de los parámetros y variables a considerar, a los que serán sometidos dichos artefactos o componentes, debido a que la tendencia es lograr representar los modelos en 3D lo más apegados a la realidad. Con el objetivo de que los datos otorgados sean válidos y así evitar llevar a cabo pruebas reales que en algunas ocasiones representan determinados riesgos y en muchos casos gastos excesivos al momento de probarlos. La simulación de cualquier tipo de análisis, llámese estático, térmico o incluso de cualquier disciplina o campo de estudio, por ejemplo: médico, ambiental o hasta deportivo, entre otros, es posible desarrollarse a través de algún *software* de diseño asistido por

computadora, mejor conocido como CAD, por sus siglas en inglés. En este trabajo se desarrolló un análisis estático, aplicando una fuerza en el extremo de una viga en voladizo, para conocer cuál es el desplazamiento que sufre y también el estrés que llega a tener; además, se verificaron y comprobaron los resultados obtenidos del simulador con la aplicación de las fórmulas correspondientes con el propósito de tener plena seguridad que el estudio estático es viable y correcto. La realización de este estudio ha permitido conocer con claridad cuál es el material del tubo más adecuado y qué dimensiones debe tener.

**Palabras claves:** Viga, deflexión, estrés, análisis de elemento finito, simulación.

## Abstract

Nowadays it is increasingly common to make virtual prototypes with the real specifications and dimensions, accompanied by the definition and correct assignment of the parameters and variables to be considered to which these devices or components will be subjected, because the tendency is to represent the models in 3D the most attached to reality in order that the data provided are valid and thus avoid carrying out real tests that sometimes represent certain risks and in many cases excessive expenses at the time of testing. The simulation of any type of analysis, be it static, thermal or even of any discipline or field of study, for example: medical, environmental or even sports among others, it is possible to develop through some computer-aided design software, better known as CAD for its acronym in

English. In this work what was developed was a static analysis, applying a force at the end of a cantilever beam to know what is the displacement that is suffering and also the stress that it has, in addition, the results obtained from the simulator were verified with the application of the corresponding formulas with the purpose of having full security that the static study is viable and correct. The accomplishment of this study has allowed to know with clarity what the material of the most suitable tube and what dimensions must have.

**Keywords:** Beam, Deflection, Stress, Finite Element Analysis, Simulation.

## Introducción

La simulación o representación en 3D es una de las principales herramientas tecnológicas para el diseño y la ingeniería en la actualidad, debido a que se utilizan para representar prototipos y/o procesos, permitiendo así un entendimiento de los mismos de forma más fácil y rápida. Las simulaciones son indispensables, puesto que algunas disciplinas utilizan con mayor frecuencia este tipo de metodología, como por ejemplo la física, las matemáticas y, obviamente, la ingeniería, ya que muchas veces no es posible obtener soluciones analíticas a partir de tener únicamente expresiones matemáticas.

Las soluciones analíticas son aquellas expresiones matemáticas que arrojan resultados con determinadas incógnitas, que algunas veces requieren la solución de ecuaciones diferenciales, las cuales, debido a su complejidad, resulta difícil resolver. Sin embargo, gracias a este tipo de metodologías se pueden obtener resultados y soluciones de forma más ágil, haciendo, por ejemplo, uso del método o análisis de elemento finito.

El método de los elementos finitos considera a la estructura o parte como un conjunto de pequeñas partículas de tamaño finito. El comportamiento de las partículas y de la estructura global es obtenido formulando un sistema de ecuaciones algebraicas que pueden ser rápidamente resueltas con un computador.

El análisis de elementos finitos es un método eficaz para determinar el rendimiento estático de las estructuras por 3 razones: la primera, que ahorran tiempo de diseño, la segunda, que son rentables en la fabricación, y la tercera, que aumentan la seguridad de la estructura (Abhinav Kasat & Varghese, 2012).

También se puede decir que es una herramienta de ingeniería que permite resolver varios tipos de problemas en esta disciplina. Consiste en discretizar un sólido en pequeños elementos finitos y da soluciones aproximadas mediante valores de frontera y a través de ecuaciones diferenciales parciales (Monterrubio y Morris, 2016).

Existen diferentes *softwares* de Diseño Asistido por Computadora que permiten realizar el método de elemento finito, mejor conocidos como FEM (por sus siglas en inglés); por mencionar algunos: Catia, Fusion 360 y SolidWorks, entre otros más que no son precisamente para realizar diseño computarizado, pero que sí permiten realizar los análisis de elemento finito una vez que se tiene previamente el diseño, como por ejemplo ABAQUS y ANSYS. Existe un estudio por parte de la Universidad de Alberta a través de ANSYS en su versión 7.0.

Frecuentemente, un material se selecciona en base a lo que funcionó antes, en condiciones similares, o a lo que un competidor utiliza en sus productos. Para poder proponer una mejor

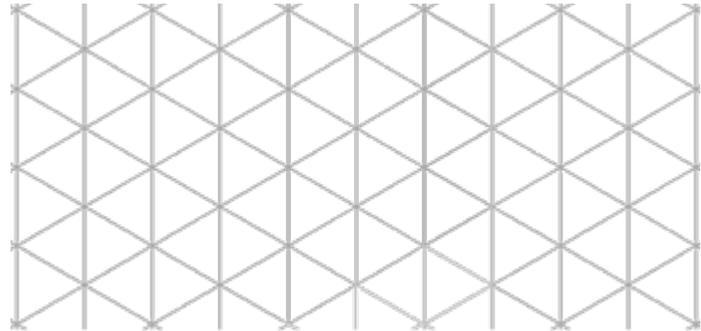
técnica de selección de un material es necesario determinar con mayor precisión el diseño que se pretende utilizar; el Diseño de Ingeniería se encarga de convertir una idea en especificaciones técnicas, donde ya se tienen seleccionados el material y el proceso más adecuados para el desarrollo de un producto (Lira & Ramírez, 2020).

El propósito del presente trabajo de investigación es analizar el comportamiento que tiene un determinado tipo de material con alguna geometría establecida, en este caso particular consiste en un tubo de aluminio y bambú con cierta longitud, diámetro y espesor.

La aleación estructural de aluminio más común, 6061-T6, tiene un límite elástico mínimo de 240 MPa, que es casi igual al del acero A36 (Randolph y Ferry, 2002).

En lo que respecta al bambú, varias pruebas físicas y mecánicas realizadas con varias especies de bambú, revelaron que es lo suficientemente fuerte como para ser utilizado como material de construcción. En ciertas propiedades mecánicas, incluso supera a la madera y al hormigón. Generalmente, la densidad del bambú varía de 500 a 800 kg/m<sup>3</sup>. El bambú posee excelentes propiedades de resistencia, especialmente resistencia a la tracción (Xiao, Inoue y Paudel, 2008).

Llevar a cabo la simulación de una viga en voladizo mediante el uso de un *software* de CAD es para conocer cuál es la deflexión y el estrés que tendrá la viga al momento de aplicarle una fuerza, este tipo de ejercicio se aplica principalmente en los cuadros para bicicletas.

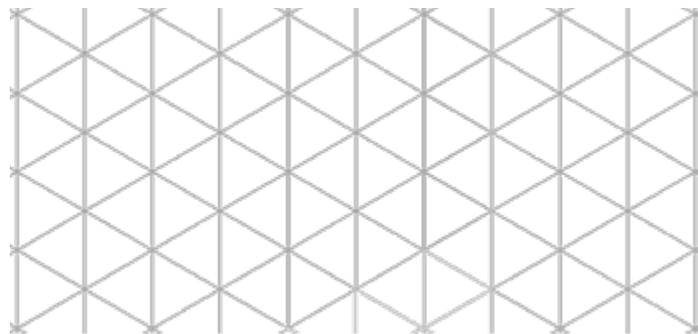


Las vigas son un elemento estructural unidimensional que pueden soportar cargas transversales mediante el desarrollo de resistencias a flexión, torsión y cortante transversal en las secciones transversales de la viga (Azzawi, Mahdy, y Farhan, 2010).

En análisis estructural, la deflexión hace referencia al grado en el que un elemento estructural se deforma bajo la aplicación de una fuerza. Conceptualmente, “estrés” es una fuerza “promediada por área” o “normalizada”. El promedio se obtiene dividiendo la fuerza entre el área sobre la que se considera que actúa la fuerza (Huston y Josephs, 2009).

La evaluación y la selección de los materiales son consideraciones fundamentales en el diseño de ingeniería. Si se hace correctamente y de una manera sistemática, se pueden ahorrar tiempo y costos considerables en el trabajo del diseño, y los errores subsecuentes del diseño pueden ser evitados (Cheremisinoff, 1996).

En este estudio existen diferentes parámetros o variables que son posibles de modificar e ir analizando el comportamiento de manera que nos permita ir teniendo datos para tomar mejores decisiones, como por ejemplo, en este caso en particular sería la de elegir el diámetro de tubo más adecuado. La combinación de diferentes parámetros o variables, como lo es el tipo de material y una geometría diversa, cambian los resultados. En este trabajo nos enfocamos a desarrollar el ejercicio con dos materiales distintos y con dos dimensiones diferentes. Es importante mencionar que la verificación de los resultados de la simulación se realizará con la aplicación de



las fórmulas respectivas para los casos de la deflexión y del estrés que se tiene en la viga. Las fórmulas a emplear son las siguientes:

Para calcular la deflexión:

$$y = \frac{FL^3}{3EI}$$

Donde:

Y=Deflexión

F=Fuerza aplicada en N

L=Longitud de la viga

E=Modulo de Elasticidad

I=Momento de Inercia

Para calcular el estrés:

$$\sigma = \frac{My_m}{I}$$

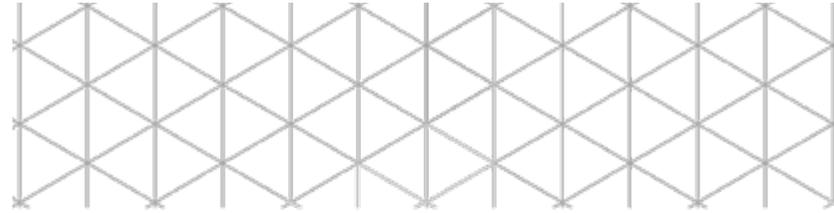
Siendo:

$\sigma$  =Estrés

M=Momento

Ym=Distancia del centroide

I=Momento de Inercia



## Desarrollo

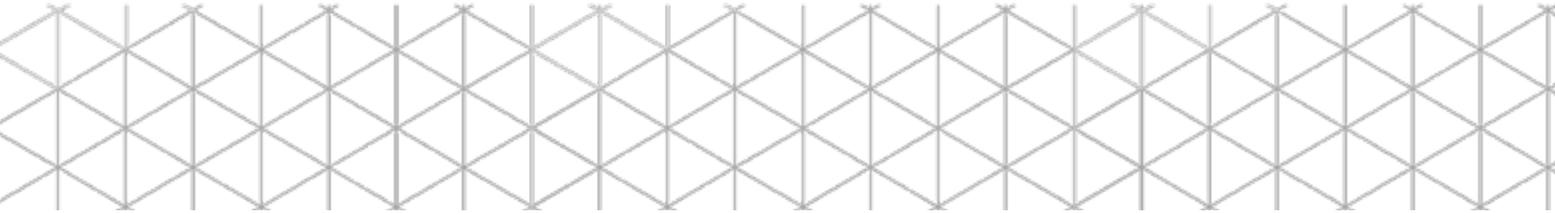
Éste es un análisis estructural simple de una viga en voladizo. El lado izquierdo de la viga en voladizo está fijo mientras hay una carga puntual de 100N. El objetivo de este problema es demostrar, a través del análisis de elemento finito, el estrés y la deflexión total en toda la viga. Cabe señalar que esta viga cuenta con 50cm, por lo que no es necesario considerar los comportamientos por sismo o viento.

Las pruebas se realizaron de forma virtual a través de la simulación del *software*; en primer lugar, fue necesario realizar el modelo del tubo con las dimensiones siguientes: diámetro de 25mm, longitud de 500mm y espesor de pared de 2mm, como se muestra en la Figura 1.



Figura 1. Tubo circular con una longitud de 500mm y diámetro de 25mm.

Los cálculos se realizaron empleando las formulas mencionadas anteriormente, de manera que para calcular la deflexión es necesario definir la fuerza que se va a aplicar; el módulo de Young a emplear, el cual dependerá del material, y finalmente el cuarto momento de inercia. Para el primer caso se utilizó el siguiente material: Al 6061 con un módulo de Young de 69000MPa (ver Tabla 1).



$$y = \frac{FL^3}{3EI} = \frac{(100N)(500mm)^3}{3 * (69000MPa) * [\frac{1}{4} \pi (12.5mm)^4 - (10.5mm)^4]} = 6.2 mm$$

Material	Densidad en (kg/m3)	Módulo de Young
Aleación de aluminio	2700	69000

Tabla 1. Densidad y módulo de Young de la aleación de aluminio.

La deflexión que presenta el tubo de aleación de aluminio 6061 es de 6.2mm al momento de aplicarle la fuerza en el extremo contrario a su sujeción.

En el simulador también se utilizó el mismo material, como se puede observar en la Figura 2.

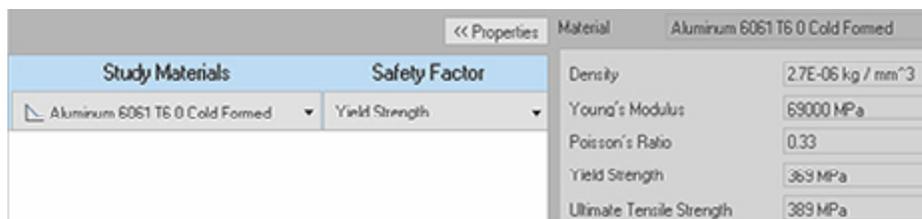


Figura 2. Valores del material de aluminio utilizados en el software para efectuar la simulación.

La aplicación de la fuerza es en el extremo del tubo circular (ver Figura 3) y el valor de la deflexión generado es el que se observa en la Figura 4.



Figura 3. Representación de la aplicación de la fuerza sobre el tubo con sección circular.

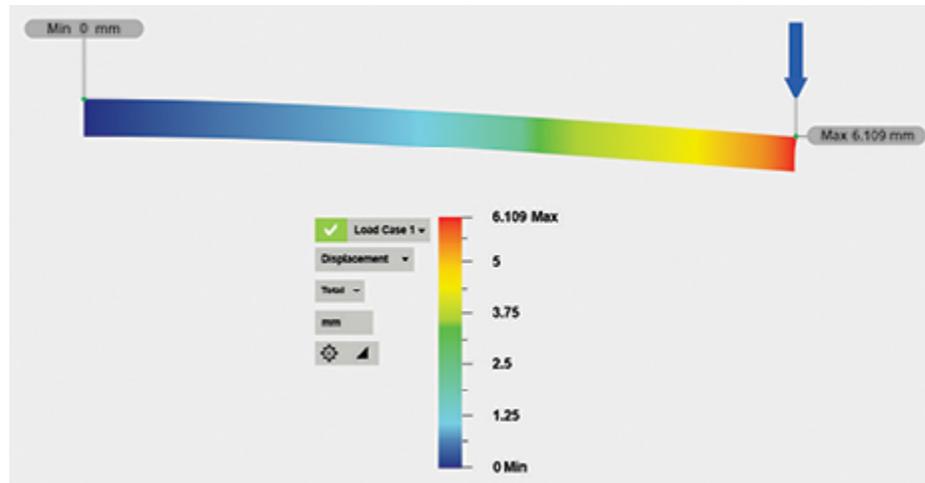


Figura 4. Deflexión del tubo de aluminio 6061 con una longitud de 500mm y un diámetro de 25mm.

Si comparamos ambos valores de la deflexión, existe una diferencia mínima y ahora sabemos que, aplicando una fuerza de 100N, el tubo se desplaza de 6.1 a 6.2mm. Ahora se muestra el cálculo del estrés que presentara la viga en voladizo:

$$\sigma = \frac{My_m}{I} = \frac{(100N)(500mm)(12.5mm)}{[(\frac{1}{4}\pi(12.5mm)^4)-(10.5mm)^4]} = 64.9 MPa$$

En la Figura 5 se puede visualizar con mayor claridad dónde se lleva el estrés máximo y el valor es igual al obtenido mediante la aplicación de la fórmula. Estos valores nos permiten tener un parámetro o referente para saber cuál será el comportamiento que tendrá el material. Con los dos cálculos realizados podemos tomar una decisión para saber si es conveniente o no el material y/o la geometría definida.

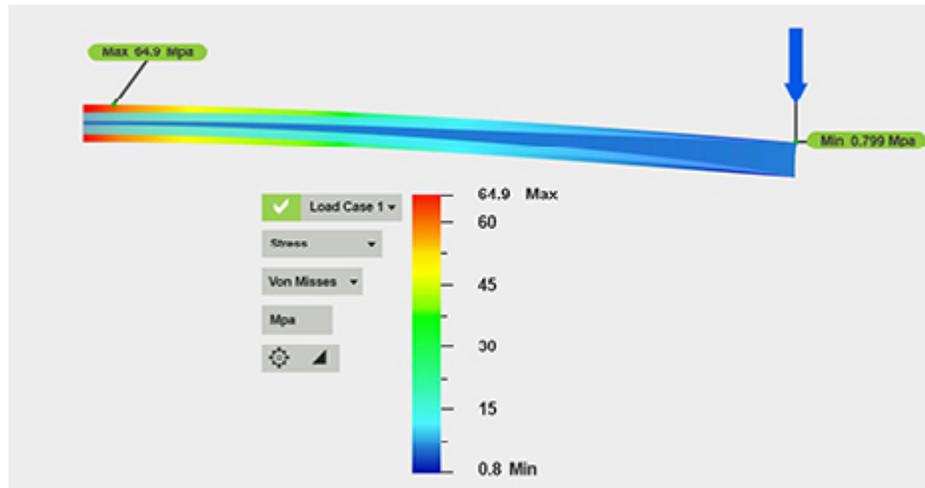


Figura 5. Estrés del tubo de aluminio 6061 con una longitud de 500mm y un diámetro de 25mm.

Ahora se utilizará como material bambú y se empleará el módulo de Young de 20GPa (Ashby, 2005).

$$y = \frac{FL^3}{3EI}$$

Al sustituir los valores en la misma fórmula empleada para la deflexión, pero ahora sustituyendo el valor de 20,000MPa, se obtiene un valor de 21.6mm, valor que es muy superior al obtenido para el material de aluminio 6061. El siguiente paso sería comprobar el valor obtenido al momento de realizar la simulación, sin embargo, existe un pequeño inconveniente, debido a que el bambú no cuenta con el Módulo de Young en el *software*, y éste, aunque se conoce, no es posible darlo de alta en el mismo, pudiendo observarse en la Figura 6.

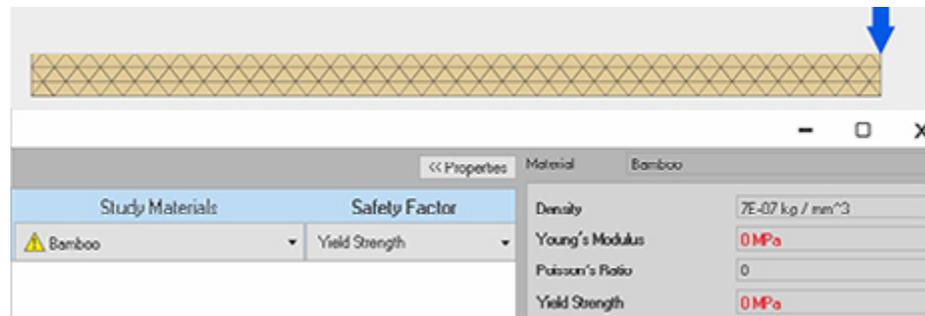


Figura 6. Representación del material del bambú que se pretendía usar en el simulador.

En la imagen anterior se puede verificar en color rojo y con un valor de cero en el apartado del Módulo de Young por lo que no es posible llevar a cabo la simulación y aunque se conoce su valor no es posible darlo de alta en el *software* de CAD. El valor del estrés para el caso del bambú se mantiene igual con un valor de 64.9MPa, a menos que se cambie el espesor y/o diámetro del material.

En el caso de cambiar el diámetro a un valor de 50.8mm y el espesor de tubo dejarlo en 10mm, se obtiene un estrés de 4.49MPa fundado mediante el uso de la fórmula y el resultado generado con la simulación, pero utilizando la aleación de aluminio es el siguiente: (Ver Figura 7)

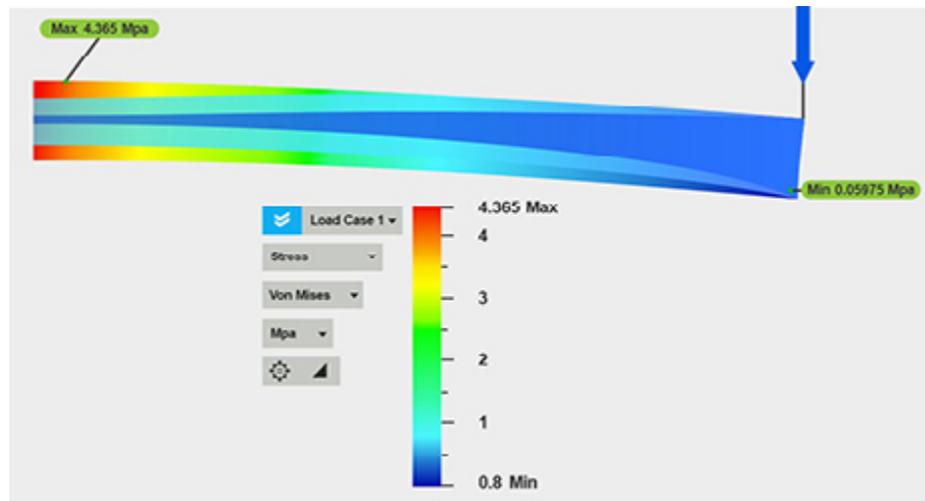


Figura 7. Estrés del tubo de aluminio 6061 con una longitud de 500mm y un diámetro de 50.8mm y espesor de 10mm.

Se puede verificar el resultado del estrés obteniendo un valor muy similar en la simulación de 4.365MPa. En este caso es el mismo valor del estrés para el caso del bambú o el aluminio, debido a que para el cálculo de este parámetro no está implícito el Módulo de Young y se está considerando la misma geometría. Sin embargo, en la deflexión sí va a variar y es de 0.214mm; este valor coincide exactamente con el de la simulación (ver Figura 8).



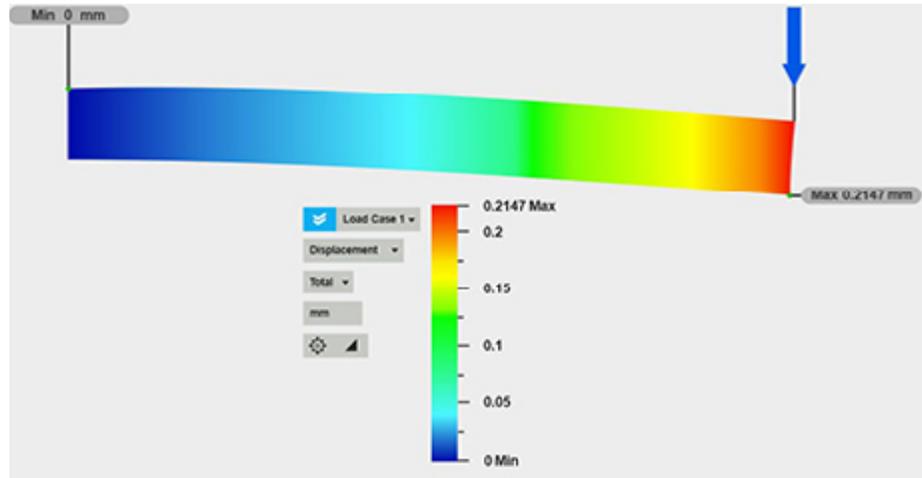


Figura 8. Deflexión del tubo de aluminio 6061 con una longitud de 500mm y un diámetro de 50.8mm.

Analizando y comparando los resultados anteriores es identificable fácilmente que, a medida que se aumenta el diámetro y el espesor del tubo se disminuye considerablemente el estrés y la deflexión, pero, por otro lado, se aumenta la masa. Si emplea el diámetro de 50.8mm y el material de bambú, el desplazamiento será de 0.737mm calculado a través de la fórmula, debido a que en el simulador no se puede obtener, por lo explicado ya anteriormente.

## Discusión y análisis de resultados

El material es el ingrediente básico que forma los elementos estructurales y, en consecuencia, las estructuras. Sin embargo, por “material estructural” nos referimos al material cuyas propiedades mecánicas generalmente se definen con el propósito de análisis y diseño estructural. El proceso de diseño estructural ha pasado por una fase larga y aún continua de mejoras, modificaciones y avances en sus diversas áreas de investigación. En esta investigación se pretende conocer el comportamiento que tiene una sección tubular con dos diferentes diámetros y diferentes materiales, los cuales son aluminio y bambú, se determinó que fuera de forma tubular, debido a que la estructura de las bicicletas son en

su mayoría de forma circular, y respecto al empleo de los materiales utilizados ha sido también porque el aluminio es uno de los principales materiales con los que están fabricados los cuadros de las bicicletas, también se han realizado algunos cuadros de bambú.

Después de haber realizado los cálculos y las simulaciones para los dos tipos de materiales y las dos dimensiones empleadas, se procede a realizar una tabla para mostrar los resultados de

forma más clara y poder compararlos entre sí, con la intención de facilitar el acceso a la información y así poder tomar la decisión de cuál es más conveniente seleccionar, teniendo presente que lo que se busca es aquel material que tenga el menor desplazamiento, menor estrés en su estructura y el menor peso.

En la Tabla 2 se presentan los resultados para facilitar su identificación y comparación:

Material	Geometría	Deflexión mm	Estrés MPa
Aluminio	Diámetro 25mm	6.2	64.9
Aluminio	Diámetro 50.8mm	0.214	4.36
Bambú	Diámetro 25mm	21.6	64.9
Bambú	Diámetro 50.8mm	0.737	4.49

Tabla 2. Resultados de la deflexión y el estrés de la aplicación de la fuerza de 100N.

Sabiendo la densidad del aluminio y del bambú es posible conocer la masa mediante la fórmula siguiente:

$$m = \rho AL$$

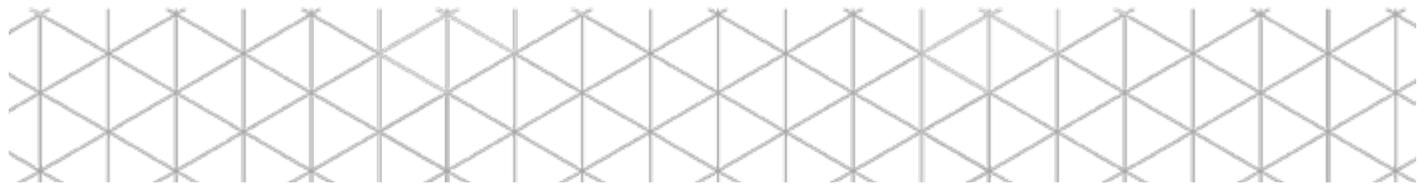
La densidad del aluminio 6061 es de 2700kg/m<sup>3</sup> y del bambú es de 700kg/m<sup>3</sup>. Si se sustituyen los valores correspondientes para cada variable se obtienen los siguientes valores de la masa de la viga (ver Tabla 3):

Material	Geometría	Masa en kg
Aluminio	Diámetro 25mm	0.1950
Aluminio	Diámetro 50.8mm	1.730
Bambú	Diámetro 25mm	0.0505
Bambú	Diámetro 50.8mm	0.448

Tabla 3. Relación del valor de la masa de la viga para cada una de las vigas con su respectivo material y dimensión.

Se retoma el argumento que se emitió en el pasado de que al aumentar el diámetro de la viga se disminuye la deflexión y el estrés, pero, como podemos observar, en la segunda fila de la tabla anterior se aumenta el peso, pasando de 0.1950kg a 1.730kg, situación que no es del todo favorable puesto que el objetivo de realizar el presente trabajo es para realizar una mejor selección que maximice la resistencia o rigidez y por otro lado se minimice el peso.

Lo anterior se cumple con la elección del material de bambú y el diámetro de 50.8mm que corresponde a la última opción de la tabla, donde contamos con una deflexión de 0.7mm y un estrés de 4.49MPa y lo mejor es que la masa que se tiene es de 0.448kg. Esto representa un valor bastante aceptable si se deseara aplicar para realizar una estructura para una bicicleta, debido a que se tiene una baja deflexión y el estrés es



el mismo que se generaría en el material de aluminio, sin embargo, el otro factor clave y principal es que la masa sea mínima, situación que se logra sin problema alguno, al contar con un valor nada despreciable si comparamos los 0.4kg con respecto a 1.7kg.

Al llevar a cabo los cálculos y las simulaciones pertinentes, y después de interpretar los datos duros y de tipo cuantitativo, es posible señalar que la estructura tubular de bambú con un diámetro de dos pulgadas representa una alternativa sustentable y natural con excelentes comportamientos para su posible aplicación para la elaboración de una estructura o cuadro para bicicleta. Esta simulación ha sido limitada a la sección de tipo tubular, sin embargo, para un trabajo a futuro el análisis se hará a partir de una estructura híbrida.

## Conclusiones

Haber realizado el presente trabajo de investigación permite relacionar dos disciplinas fundamentales para el desarrollo de productos, las cuales son los materiales y el diseño. Mediante este documento se pueden identificar con claridad las variables que se presentan y se deben considerar al momento de corroborar o verificar lo generado a través de un *software* con los resultados teóricos a partir de la aplicación de las fórmulas correspondientes.

El hecho de poder realizar las dos comparaciones permite tener la total certidumbre de que lo realizado está bien hecho, pero más allá de ello, lo más valioso se encuentra al momento de contar con la información de manera clara y precisa, para así poder tomar decisiones con la plena certeza de que lo que se pretende utilizar u aplicar tendrá un rendimiento adecuado y correcto, además de que en algunos casos ya no será necesario realizar la verificación de forma real, puesto que hoy en día se tiene la ventaja de los *software* de CAD 3D, los cuales permiten representar y calcular los resultados que se puedan presentar al momento de aplicar una fuerza sobre algún material, como fue el caso del desarrollo de esta investigación, donde se aplicó una fuerza sobre una viga en voladizo para saber cuál será su comportamiento y de qué manera influye el hecho de cambiar el material y/o la dimensión.

Después de realizar los cálculos a través de las fórmulas y de lograr realizar el análisis estático a través del método de elemento finito, en los casos donde fue posible, se pudo concluir que el material conveniente a emplear para su posible aplicación como estructura para una bicicleta es el bambú, con un diámetro de 2 pulgadas y un espesor de 10mm.

## Referencias

- Abhinav Kasat, S., & Varghese, V. (2012). "Finite Element analysis of prestressed concrete beams". *International Journal of Advanced Technology in Civil Engineering* (pp. 29-33).
- Andrew, P. (2012). *Mechanics of Materials*. USA: CENGAGE.
- Ashby, M. F. (2005). *Materials Selection in Mechanical Design*. Italy: BH.
- Azzawi, A.; Mahdy, A., & Farhan, O. (2010). "Finite Element Analysis of deeo beams on nolinear elastic foundations". *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*(pp. 13-42).
- Cheremisinoff, N. (1996). *Materials Selection Deskbook*. USA: Noye Publications.
- Huston, R., & Josephs, H. (2009). *Practical Stress Analysis in Engineering Design*. NY: Taylor & Francis.
- Lira Hernandez, I. A., & Ramírez Ramirez, R. (2020). Selección de un material para su posible aplicacion en el diseño de una estructura. *Topicos de Investigacion en Ciencias de la Tierra y Materiales* (pp. 94-98).
- Monterrubio, L. E., & Morris, R. (2016). Correlation of a Cantilever Beam Using Beam Theory, Finite Element Method and Tests. *Engineering Education* (pp. 26-29).
- Randolph Kissell, J., & L. Ferry, R. (2002). *Aluminum Structures*. Canada: John Wiley & Sons, INC.
- Xiao, Y., Inoue, M., & Paudel, S. (2008). *Modern Bamboo Structures*. London UK: Taylor & Francis.